EJERCICIO ESPACIOS VECTORIALES

DAN:

Sea $F(R, R)$ el espacio vectorial de todas las funciones de R en R.

PIDEN:

$-$ Para que valores de $k \in R$;

$W = \{ f \in F(R, R) / f(1) = k$

es un subespacio vectorial de F.

DESARROLLO

$-$ Recordamos que F es un subespacio vectorial del espacio vectorial E si y solo si:

$\forall \lambda, \mu \in F$ entonces $\lambda u + \mu v \in F$

Sean pues $\lambda, \mu \in R y f, g \in F(R, R)$;

$(\lambda f + \mu g) \in F(R, R)$ si y solo si $(\lambda f + \mu g)(1) = k$

comprobamos............

$(\lambda f + \mu g)(1) = (\lambda f)(1) + (\mu g)(1) = \lambda f(1) + \mu g(1) = \lambda k + \mu k = (\lambda + \mu)k$

luego,

$(\lambda + \mu)k = k \, \forall \lambda, \mu \in R$ si y solo si $k = 0$, por lo tanto W es subespacio vectorial si y solo si $k = 0$.